

1 Flugbahn

Gegeben:

- Masse m [kg]
- Dauer des Kraftstoßes t_I [s]
- Kraftstoß \vec{F}_I [N]
- Schwerkraft $\vec{G} = (0; -9,81)^T m/s^2 \cdot m$ [N]
- Anfangsgeschwindigkeit \vec{v}_0 [m/s]
- Anfangsposition \vec{r}_0 [m]

Rechnung:

- Gesamtkraft $\vec{F}(t) = \begin{cases} \vec{F}_I + \vec{G}, & \text{wenn } t < t_I \\ \vec{G}, & \text{sonst} \end{cases}$
 $= \Theta(-t + t_I)\vec{F}_I + \vec{G}$
- Beschleunigung $\vec{a}(t) = \vec{F}(t)/m = \frac{1}{m}(\Theta(-t + t_I)\vec{F}_I + \vec{G})$
- Geschwindigkeit $\vec{v}(t) = \int \vec{a}(t) dt$

$$= \frac{\vec{F}_I}{m} \cdot \int \Theta(-t + t_I) dt + \frac{\vec{G}}{m}t + \vec{v}_0$$

$$= \frac{\vec{F}_I}{m} \left[(t_I - t)\Theta(t - t_I) + t \right] + \frac{\vec{G}}{m}t + \vec{v}_0$$

- Position $\vec{r}(t) = \int \vec{v}(t) dt$

$$= \frac{\vec{F}_I}{m} \left[t_I \int \Theta(t - t_I) dt - \int t\Theta(t - t_I) dt + \frac{1}{2}t^2 \right] + \frac{\vec{G}}{2m}t^2 + t\vec{v}_0 + \vec{r}_0$$

$$= \frac{\vec{F}_I}{m} \left[t_I(t - t_I)\Theta(t - t_I) - \frac{1}{2}(t_I^2 - t^2)\Theta(t - t_I) + \frac{1}{2}t^2 \right] + \frac{\vec{G}}{2m}t^2 + t\vec{v}_0 + \vec{r}_0$$

- Funktioniert aber nur mit $\vec{v}(t)$

$$= \frac{\vec{F}_I}{m} \left[t_I(t - t_I)\Theta(t - t_I) + \frac{1}{2}(t_I^2 - t^2)\Theta(t - t_I) - \frac{1}{2}t^2 \right] + \frac{\vec{G}}{2m}t^2 + t\vec{v}_0 + \vec{r}_0$$

2 Integration der Heaviside-Funktion

- Integration verketteter Funktionen:

$$\int f(g(x)) dx = \frac{1}{u} F(g(x)) \text{ mit } g(x) = ux + v$$

- Integration der Heaviside-Funktion:

$$\int \Theta(x) dx = x\Theta(x)$$

- Integration von $a\Theta(-x + c) + b$:

$$\begin{aligned} & a \int \Theta(-x + c) dx + bx \\ &= -a(-x + c)\Theta(-x + c) + bx \\ &= a(x - c)\Theta(c - x) + bx \end{aligned}$$

- Integration von $a\Theta(-x + c) + b$ nach WolframAlpha:

$$x(a + b) + a(c - x)\Theta(x - c)$$