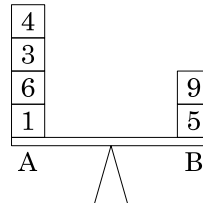


Programmierteil 8: Dynamische Programmierung II

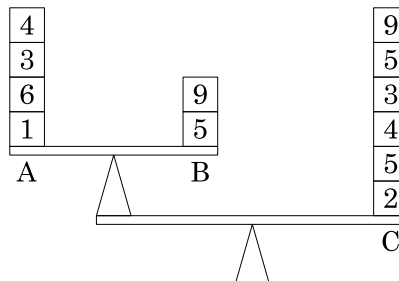
In dieser Aufgabe soll eine Lösung für Teil a) der folgenden früheren Klausuraufgabe programmiert werden. Für eine Lösung die auch Teil c) schafft gibt es bis zu 50 Bonuspunkte.

Eine Künstlerin plant eine Skulptur zum Thema "Gleichgewicht" (siehe die Abbildung unten). Sie hat n Würfel zur Verfügung, welche beliebig hoch aufeinander gestapelt werden können. Die Würfel sind alle gleich gross, haben aber verschiedene Gewichte: Jeder Würfel i hat ein ganzzahliges Gewicht w_i . Die vorhandenen n Würfel sollen auf die zwei Seiten (A und B) einer Waage verteilt werden, so dass diese im Gleichgewicht ist. Dies ist genau dann der Fall, wenn die Summe der Gewichte auf der linken Seite gleich der Summe auf der rechten Seite ist. Zu beachten ist, dass *alle* n Würfel benutzt werden sollen.



- a) Entwerfen Sie einen Algorithmus nach dem Muster der dynamischen Programmierung, der feststellt, ob für eine gegebene Menge von n Würfeln mit Gewichten w_1, w_2, \dots, w_n ein Gleichgewicht möglich ist. Schreiben Sie die Rekursionsgleichung des entsprechenden dynamischen Programms auf, und geben Sie zudem die Laufzeit Ihres Algorithmus an.
- b) Beschreiben Sie kurz in Worten, wie der Algorithmus in a) erweitert werden kann, um eine Aufteilung der Würfel auszugeben, welche ein Gleichgewicht erreicht, falls eine solche existiert.
- c) Da die erste Skulptur ein Erfolg war, plant die Künstlerin eine weitere (siehe die Abbildung unten). Für diese müssen die Würfel in drei Mengen A , B und C aufgeteilt werden, so dass folgende Bedingungen gelten:
 - Das Gesamtgewicht der Menge A ist gleich dem Gesamtgewicht der Menge B .
 - Das Gesamtgewicht der Menge C ist gleich dem Gesamtgewicht der Menge A plus dem Gesamtgewicht der Menge B .

Wiederum müssen alle Würfel verwendet werden. Entwerfen Sie ein dynamisches Programm, mit dem festgestellt werden kann, ob eine solche Aufteilung möglich ist, und geben Sie die Laufzeit Ihres Algorithmus an.



Eingabe Die erste Zeile der Eingabe enthält lediglich die Zahl der Testinstanzen t . Jede der t darauf folgenden Zeilen enthält eine Instanz der Form " $T n w_1 w_2 \dots w_n$ ". Dabei ist $T \in \{'a', 'c'\}$, je nach dem ob Teil a) oder c) der Aufgabe in Angriff genommen werden soll. *Die Testdateien auf dem Judge enthalten alle jeweils nur Instanzen eines Typs, so dass beide Teilaufgaben getrennt bewertet werden!* Für Instanzen vom Typ $T = 'a'$ gilt $n \in [200], w_i \in [50]$. Für Instanzen vom Typ $T = 'c'$ gilt $n \in [50], w_i \in [10]$. (Dabei steht $[X]$ wie immer für $\{1, 2, \dots, X\}$)

Ausgabe Für jede Testinstanz soll eine einzelne Zeile ausgegeben werden die "yes" enthält falls das Problem T) eine Lösung mit allen Würfeln hat und "no" andernfalls.

Eingabebeispiel

```
5
a 6 1 9 3 6 4 5
a 6 2 2 2 4 4 4
c 12 1 9 3 6 4 5 2 5 5 4 3 9
a 5 5 7 8 1 3
c 5 5 7 8 1 3
```

Ausgabebeispiel

```
yes
no
yes
yes
no
```